



基于消息传递的大规模多用户 MIMO 低复杂度的检测算法

王琼, 叶伟, 吉明明

(重庆邮电大学通信与信息工程学院, 重庆 400065)

摘要: 针对大规模多用户多输入多输出 (MIMO) 系统中基站端检测复杂度高的问题, 提出了一种低复杂度、基于强制收敛的变量节点全信息高斯消息传播迭代检测 (VFI-GMPID-FC) 算法。首先对传统的 GMPID 算法进行改进, 得到 VFI-GMPID 算法, VFI-GMPID 算法的检测性能逼近最小均方误差检测 (MMSE) 算法, 但复杂度要大大低于 MMSE 算法。然后结合强制收敛思想和 VFI-GMPID, 提出 VFI-GMPID-FC 算法, 进一步降低算法复杂度, 提升检测效率。最后通过仿真结果表明, 所提算法在保证检测性能的同时, 能有效地降低算法的复杂度。

关键词: 大规模多用户 MIMO; 高斯消息传递迭代检测; 强制收敛; 低复杂度

中图分类号: TN911

文献标识码: A

doi: 10.11959/j.issn.1000-0801.2017213

A low complexity detection algorithm for large scale multiuser MIMO based on message passing

WANG Qiong, YE Wei, JI Mingming

School of Communication and Information Engineering,
Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, China

Abstract: According to the problem of high complexity of base station detection in large scale multiuser multiple input multiple output (MIMO) system, a low complexity multiuser variable node full information Gaussian message passing iterative detection algorithm based on forced convergence (VFI-GMPID-FC) was proposed. Firstly, the traditional Gaussian message passing iterative detection (GMPID) algorithm was improved to obtain VFI-GMPID algorithm, the detection performance of the VFI-GMPID algorithm approximates the minimum mean square error detection (MMSE) algorithm, but the complexity was considerably less than the MMSE algorithm. Then, the VFI-GMPID-FC algorithm was proposed to reduce the complexity of the algorithm and improve the detection efficiency. Finally, the simulation results show that the proposed algorithm can effectively reduce the algorithm complexity while ensuring the detection performance.

Key words: large scale multiuser MIMO, Gaussian message passing iterative detection, forced convergence, low complexity

1 引言

现代无线通信对数据传输速率要求不断提

高, 多用户 MIMO (multiple input multiple output, 多输入多输出) 系统作为其关键技术之一, 现已被许多国际标准纳入其中。但为了追求更高的数



据传输速率,多用户 MIMO 技术不断发展,并逐渐发展成大规模多用户 MIMO 系统,该系统中基站端的天线数量达到了成百上千个,这吸引了越来越多的用户关注^[1-3]。

在大规模多用户 MIMO 系统中,由于用户数量增加、基站接收天线数量巨大、接收信号复杂和信道矩阵维度巨大等原因,基站端的检测复杂度、效率低,因此低复杂度信号检测算法成为研究的热点。众所周知,MMSE 算法是在高斯信号源的情况下表现最佳的线性检测算法。然而,由于它存在着大规模的矩阵求逆计算使得复杂度很高,难以运用于实际工程。为了避免矩阵求逆,一些经典的迭代算法,如雅可比算法、理查德森算法、诺伊曼级数和高斯—赛德尔算法被应用于 MMSE 算法中来降低其复杂度^[4]。虽然这些算法在一定程度上提高了检测效率,但是它们是以牺牲检测性能为代价的,在许多情况下无法满足可靠性的要求。

近年来,为了使系统在满足检测性能的同时提高检测效率,研究者们不断地寻求低复杂度和性能更优的检测算法。基于图形检测的消息传递算法由于其低复杂度和优良的检测性能,被许多学者运用到 MIMO 系统的检测当中。其消息传递算法一般分为两类:一类是高斯置信度传播(Gaussian belief propagation, GaBP)算法^[5-7],另一类是高斯消息传播迭代检测(Gaussian message passing iterative detection, GMPID)算法^[8-15]。这两类算法都是高效的高斯图模型的分布式算法,特别是 GMPID 算法,其广泛地运用在符号间干扰信道均衡和现代信道编码解码当中,如 Turbo 码和低密度奇偶校验码(low density check code, LDPC)。参考文献[16,17]证明了图形结构中的因子图具有树型结构,消息传递算法中均值和方差分别收敛于真实边际均值和近似边际方差。然而,如果因子图中存在着环路,消息传递算法中的均值和方差可能无法收敛。

本文首先针对 GMPID 算法收敛分析难的问题,通过改变变量节点的消息传输规则,改进了 GMPID

算法,得到了 VFI-GMPID (variable node full information Gaussian message passing iterative detection, 变量节点全信息高斯消息传播迭代检测)算法。然后对算法输出的估计值和均方误差进行收敛分析,并分析算法的复杂度,证明在用户数量与基站天线数量之比小于 $(\sqrt{2}-1)^2$ 时, VFI-GMPID 算法收敛于 MMSE 算法。为了进一步提高 VFI-GMPID 算法检测效率,结合强制收敛思想^[18]优化 VFI-GMPID 算法,提出了 VFI-GMPID-FC (variable node full information Gaussian message passing interactive detection based on forced convergence, 变量节点全信息高斯消息传播迭代检测)算法。最后通过仿真验证 VFI-GMPID 算法收敛性,比较 VFI-GMPID 算法和 VFI-GMPID-FC 算法与 MMSE 算法在不同的信噪比下误码率的差异性。

2 系统模型

假定在大规模多用户 MIMO 系统中用户端有 K 个单天线用户,基站端有 M 根天线。上行链路中,多个用户向基站端同时发送各自的信号。如果无线信道是准静态的平坦衰落,信息传输过程中引入的是可加性高斯白噪声,且在接收端正确地获取信道的状态信息,对于某一时刻,基站接收信号可以表示为:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & \cdots & h_{1K} \\ h_{21} & h_{22} & \cdots & h_{2K} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{M1} & h_{M2} & \cdots & h_{MK} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_K \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ \vdots \\ n_M \end{bmatrix} \quad (1)$$

系统模型写成矩阵形式为:

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{n} \quad (2)$$

在式(1)和式(2)中, $\mathbf{y} \in C^{M \times 1}$ 是接收信号矢量, $\mathbf{H} \in C^{M \times K}$ 表示信道增益矩阵,是一个独立同分布的复高斯矩阵, h_{ij} 表示从第 j 个用户到基站端的第 i 根天线的信道衰落,它服从均值为 0、方差为 1 的复高斯分布。 $\mathbf{n} \in C^{M \times 1}$ 为信号在信道中传输引入的高斯白噪声,服从均值为 0、方差为 σ_n^2

的复高斯分布。 $\mathbf{x} \in C^K$ 是由 K 个用户所发送的信号组成的矢量。实际的通信系统中,一般采用离散调制信号。根据香农定理,高斯信道的容量由高斯输入实现,因此独立高斯信号源假设在通信网络设计中被广泛地应用^[19,20]。这意味着,在实际系统中,为了实现高的传输速率,离散调制信号的分布应接近高斯分布,特别是对于高速率的通信系统或高阶调制通信系统。所以本文假设系统中每个用户发送的信号 x_k 是独立同分布的,且服从均值为0、方差为 σ_x^2 的复高斯分布。

基站端的多用户检测任务就是从所接收的信号矢量 $\mathbf{y}$ 中估计用户发送的信号矢量 $\mathbf{x}$ 。本文中假设基站端已知 $\mathbf{H}$,只考虑简单真实的大规模多用户MIMO系统,因为其复杂的情况可以从真实情况中扩展得到。

3 VFI-GMPID 算法

3.1 算法原理

VFI-GMPID是一种基于因子图模型的算法。大规模多用户MIMO系统因子图模型如图1所示。

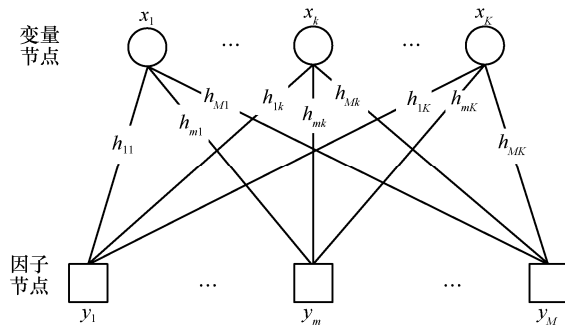


图1 大规模多用户MIMO系统因子图模型

图1中将发送矢量中的每个 x_k ($k \in \{1, 2, \dots, K\}$) 设为变量节点,接收向量中的每个 y_m ($m \in \{1, 2, \dots, M\}$) 设为因子节点, h_{mk} ($k \in \{1, 2, \dots, K\}, m \in \{1, 2, \dots, M\}$) 表示从第 k 个用户到基站端的第 m 根天线的信道衰落。由于模型中每个变量节点和每个因子节点之间都有连线,所以此因子图是完全图。因子节点的消息更新传递过程如图2所示。

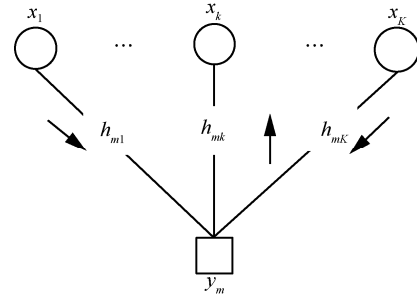


图2 因子节点消息更新传递过程

更新过程可以看成是一个多址接入的过程。因子节点接收变量节点所传来的消息,利用更新公式计算更新后的消息,再把更新后的消息传回给变量节点。第 m 个因子节点的消息更新计算式为:

$$\begin{cases} e_{m \rightarrow k}^f(t) = y_m - \sum_{i \neq k} h_{mi} e_{i \rightarrow m}^v(t-1) \\ v_{m \rightarrow k}^f(t) = \sum_{i \neq k} h_{mi}^2 v_{i \rightarrow m}^v(t-1) + \sigma_n^2, \end{cases} \quad i, k \in \{1, 2, \dots, K\}, m \in \{1, 2, \dots, M\} \quad (3)$$

其中, σ_n^2 为高斯白噪声的方差, $e_{i \rightarrow m}^v(t-1)$ 和 $v_{i \rightarrow m}^v(t-1)$ 分别为均值和方差,表示第 t 次迭代中第 i 个变量节点传输到第 m 个因子节点的消息。它们是第 $(t-1)$ 次迭代变量节点所更新的消息。因子节点在第 t 次更新后的消息 $e_{m \rightarrow k}^f(t)$ 和 $v_{m \rightarrow k}^f(t)$ 为均值和方差,表示第 t 次迭代的第 m 个因子节点传回到第 k 个变量节点的消息。令 $\mathbf{e}^v(t)$ 和 $\mathbf{v}^v(t)$ 为所有因子节点和变量节点消息 $e_{k \rightarrow m}^v(t)$ 和 $v_{k \rightarrow m}^v(t)$ 的矩阵表达形式。算法在迭代开始时初始化 $\mathbf{e}^v(0) = 0$ 和 $\mathbf{v}^v(0) \rightarrow \infty$ 。

变量节点消息更新传递过程如图3所示。

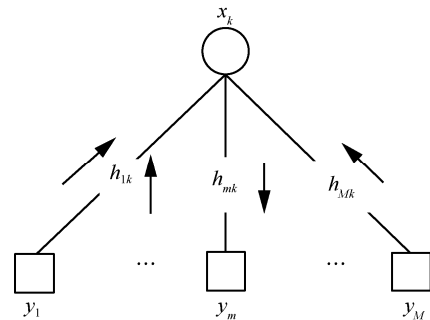


图3 变量节点消息更新传递过程



变量节点消息更新可以看成广播过程。第 k 个变量节点的消息更新计算式为:

$$\begin{cases} v_{k \rightarrow m}^v(t) = \left(\sum_i h_{ik}^2 v_{i \rightarrow k}^{f-1}(t) + \sigma_x^{-2} \right)^{-1} \\ e_{k \rightarrow m}^v(t) = v_{k \rightarrow m}^v(t) \sum_i h_{ik} v_{i \rightarrow k}^{f-1}(t) e_{i \rightarrow k}^f(t), \\ i, m \in \{1, 2, \dots, M\}, k \in \{1, 2, \dots, K\} \end{cases} \quad (4)$$

其中, σ_x^2 为高斯信号源 x_k 的方差。 $e_{i \rightarrow k}^f(t)$ 和 $v_{i \rightarrow k}^f(t)$ 分别为均值和方差, 表示第 t 次迭代的第 i 个因子节点传回到第 k 个变量节点的消息。 $e_{k \rightarrow m}^v(t)$ 和 $v_{k \rightarrow m}^v(t)$ 分别为均值和方差, 表示第 t 次迭代中第 k 个变量节点更新的消息, 并且是下一次迭代过程中第 k 个变量节点传输到第 m 个因子节点消息。

算法达到设定的迭代次数, 输出为:

$$\begin{cases} \hat{x}_k = e_{k \rightarrow m}^v(t) \\ \sigma_{\hat{x}}^2 = v_{k \rightarrow m}^v(t) \end{cases} \quad (5)$$

其中, $\hat{x}_k$ 是第 k 个用户发送信号的估计值, $\sigma_{\hat{x}}^2$ 为估计值与实际发送值之间的均方误差。

当 M 和 K 比较大时, 大规模多用户 MIMO 系统模型因子图是完全图, 则变量节点和因子节点之间的环路非常多。这时 VFI-GMPID 算法与原始的 GMPID 算法都存在着在消息传递过程中无法收敛的问题。本文提出的 VFI-GMPID 算法和原始的 GMPID 算法相比, 在变量节点的消息更新式 (4) 上有所不同。GMPID 算法由于传输的是外信息, 其结构性非常复杂, 很难对其进行理论收敛性分析。而本文所提出的 VFI-GMPID 算法在因子节点传输给变量节点消息是全部的、完整的信息, 而不仅仅是外信息。这使其结构性变得简单, 让理论收敛分析变成了可能。当 M 非常大且 $K < M$ 时, VFI-GMPID 算法和原始的 GMPID 算法中变量节点接收的消息之间的差异可以忽略不计, 所以其在大规模多用户 MIMO 系统中不会导致性能显著损失。

3.2 收敛性分析

要对 VFI-GMPID 算法进行收敛性分析就必须先对 MMSE 算法进行分析。MMSE 算法对信号

源估计值如下:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}_{\text{MMSE}} &= \sigma_n^{-2} \mathbf{V}_{\hat{\mathbf{x}}} \mathbf{H}^T \mathbf{y} \\ &= \sigma_n^{-2} \left(\sigma_n^{-2} \mathbf{H}^T \mathbf{H} + \mathbf{V}_x^{-1} \right)^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{y} \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_{\hat{\mathbf{x}}} &= \left(\sigma_n^{-2} \mathbf{H}^T \mathbf{H} + \mathbf{V}_x^{-1} \right)^{-1} \\ &= \mathbf{V}_x - \mathbf{V}_x \mathbf{H}^T \left(\sigma_n^2 \mathbf{I}_M + \mathbf{H} \mathbf{V}_x \mathbf{H}^T \right)^{-1} \mathbf{H} \mathbf{V}_x \end{aligned} \quad (7)$$

其中, $\mathbf{V}_{\hat{\mathbf{x}}}$ 包含对每一个信号源的估计误差, 具体而言协方差矩阵 $\mathbf{V}_{\hat{\mathbf{x}}}$ 中的对角线上的元素 v_{kk} 是表示对 x_k 的估计误差值。当 $\beta = K/M < 1$, $K \rightarrow \infty$ 时, 由参考文献[21]可得:

$$\frac{1}{K} \text{tr} \left\{ \left(\mathbf{I}_K + \eta \mathbf{H}^T \mathbf{H} \right)^{-1} \right\} \rightarrow 1 - \frac{F(\eta M, \beta)}{4\eta\beta M} \quad (8)$$

其中:

$$\begin{aligned} F(\eta M, \beta) &= \left(\sqrt{\eta M (1 + \sqrt{\beta})^2 + 1} - \sqrt{\eta M (1 - \sqrt{\beta})^2 + 1} \right) \\ &= \left(\sqrt{\eta M (1 + \sqrt{\beta})^2 + 1} - \sqrt{\eta M (1 - \sqrt{\beta})^2 + 1} \right) \end{aligned} \quad (9)$$

假设 $\mathbf{V}_x = \sigma_x^2 \mathbf{I}_K$, 由式 (7) 和随机矩阵原理可以得到在用户数量和基站天线数量的比例 $\beta = K/M < 1$, $K \rightarrow \infty$, 信号源服从独立的高斯分布, 且均值为 0、方差为 σ_x^2 时, MMSE 算法的均方误差 (mean squared error, MSE) 为:

$$\begin{aligned} \text{MSE} &= \frac{1}{K} \text{tr}(\mathbf{V}_{\hat{\mathbf{x}}}) \\ &= \sigma_x^2 \left(1 - \frac{1}{4s\beta M} F(sM, \beta) \right) \rightarrow \frac{\sigma_n^2}{M - K} \end{aligned} \quad (10)$$

其中, $s = \sigma_x^2 / \sigma_n^2$ 表示信噪比。

下面将从两个方面对 VFI-GMPID 算法进行收敛性分析, 一方面对输出的 $\hat{\sigma}_{\hat{\mathbf{x}}}^2$ 收敛性分析, 证明其收敛于 MMSE 算法的均方误差; 另一方面对 $\hat{x}_k$ 收敛分析, 证明其收敛于 MMSE 算法的估计值于 $\hat{\mathbf{x}}_{\text{MMSE}}$ 。对于 $\hat{\sigma}_{\hat{\mathbf{x}}}^2$ 的收敛分析如下。

根据式 (3) 和式 (4) 可得:

$$v_{k \rightarrow m}^v(t) = \left(\sum_i h_{ik}^2 \left(\sum_{j \neq k} h_{ij}^2 v_{j \rightarrow i}^v(t-1) + \sigma_n^2 \right)^{-1} + \sigma_x^{-2} \right)^{-1} \quad (11)$$

当初始值 $\mathbf{v}^v(0) \rightarrow \infty$ 时, 可以看出对于任意的 $t > 0$, 都有 $\mathbf{v}^v(t) > 0$, 同时 $\mathbf{v}^v(t)$ 有下界, 为 0。由式 (11) 得到 $\mathbf{v}^v(t)$ 是单调不减函数且首次迭代过程中 $\mathbf{v}^v(1) < \mathbf{v}^v(0) \rightarrow \infty$ 。由离散函数单调性可得迭代过程 $\mathbf{v}^v(t)$ 是单调递减并且有下界, 则 $\mathbf{v}^v(t)$ 收敛。因此令 $\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{v}^v(t) = \mathbf{v}^*$, $\mathbf{v}_{k \rightarrow m}^* = \hat{\sigma}^2$, 代入式 (11) 中得:

$$\hat{\sigma}^2 = \left(\sum_i h_{ik}^2 \left(\hat{\sigma}^2 \sum_{j \neq k} h_{ij}^2 + \sigma_n^2 \right)^{-1} + \sigma_x^{-2} \right)^{-1} \quad (12)$$

信道矩阵中的元素 h_{ik}^2 和 h_{ij}^2 是相互独立的, 则式 (12) 可变换成:

$$\sigma_x^{-2} \sum_{j \neq k} h_{ij}^2 \hat{\sigma}^4 + \left(\sigma_n^2 \sigma_x^{-2} + \sum_i h_{ik}^2 - \sum_{j \neq k} h_{ij}^2 \right) \hat{\sigma}^2 - \sigma_n^2 = 0 \quad (13)$$

当用户数量 K 与接收天线数量 M 非常大时, 由卡方分布特性, 式 (13) 可以近似等效于:

$$K \sigma_x^{-2} \hat{\sigma}^4 + (\sigma_n^2 \sigma_x^{-2} + M - K) \hat{\sigma}^2 - \sigma_n^2 = 0 \quad (14)$$

对式 (14) 进行计算, 可以得到 $\hat{\sigma}^2$ 的正值解为:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\sqrt{(\sigma_n^2 \sigma_x^{-2} + M - K)^2 + 4K \sigma_n^2 \sigma_x^{-2}} - (\sigma_n^2 \sigma_x^{-2} + M - K)}{2K \sigma_x^{-2}} \quad (15)$$

由式 (4)、式 (5) 和式 (15) 可以得到, 当 $\beta = K/M < 1$, $K \rightarrow \infty$, 信号源服从独立同分布, 且服从均值为 0、方差为 σ_x^2 的高斯分布时, VFI-GMPID 算法输出的均方误差 $\hat{\sigma}_x^2$ 为:

$$\hat{\sigma}_x^2 = \hat{\sigma}^2 \approx \frac{\sigma_n^2}{M - K + s^{-1}} \quad (16)$$

其中, s^{-1} 相对于 $M - K$ 可以忽略, 比较式 (10) 与式 (16) 可以得出, $\hat{\sigma}_x^2$ 收敛于 MMSE 算法的均方误差。

根据分析 $\hat{\sigma}_x^2$ 收敛过程分析 $\mathbf{v}_{m \rightarrow k}^f$, 可以得到 $\mathbf{v}_{m \rightarrow k}^f$ 收敛于一个确定的值 $\tilde{\sigma}^2$:

$$\tilde{\sigma}^2 \approx K \hat{\sigma}^2 + \sigma_n^2 \quad (17)$$

令 $r = \hat{\sigma}^2 / \tilde{\sigma}^2$, 根据式 (16) 和式 (17) 得:

$$r = \frac{1}{K + \sigma_n^2 / \hat{\sigma}^2} \approx \frac{1}{M + s^{-1}}, \quad \beta < 1 \quad (18)$$

VFI-GMPID 算法输出的 $\hat{\mathbf{x}}_k$ 相比于 $\hat{\sigma}_x^2$, 不总是收敛。为了使 $\hat{\mathbf{x}}_k$ 收敛, 在 $\beta = K/M < 1$, $K \rightarrow \infty$, 信号源服从独立同分布, 且服从均值为 0、方差为 σ_x^2 的高斯分布的条件下, 提出了两个收敛约束条件。

- $\mathbf{I}_K + r(\mathbf{H}^T \mathbf{H} - \mathbf{D})$ 是严格的对角占优的矩阵。
- 谱半径 $\rho(r(\mathbf{H}^T \mathbf{H} - \mathbf{D})) < 1$ 。

其中, $\mathbf{D}$ 为 $\mathbf{H}^T \mathbf{H}$ 的对角矩阵。

有了上述的约束条件, 对于 $\hat{\mathbf{x}}_k$ 的收敛分析如下。

根据式 (3) 和式 (4) 可得:

$$\begin{aligned} e_{k \rightarrow m}^v(t) &= \mathbf{v}_{k \rightarrow m}^v(t) \sum_i h_{ik} \mathbf{v}_{i \rightarrow k}^f{}^{-1}(t) \left(y_i - \sum_{j \neq k} h_{ij} e_{j \rightarrow i}^v(t-1) \right) \quad (19) \end{aligned}$$

分析式 (16) 和式 (17), $\mathbf{v}_{k \rightarrow m}^v$ 和 $\mathbf{v}_{m \rightarrow k}^f$ 分别收敛于 $\hat{\sigma}^2$ 和 $\tilde{\sigma}^2$, 则式 (19) 可写成:

$$e_{k \rightarrow m}^v(t) = \frac{\hat{\sigma}^2}{\tilde{\sigma}^2} \sum_i h_{ik} \left(y_i - \sum_{j \neq k} h_{ij} e_{j \rightarrow i}^v(t-1) \right) \quad (20)$$

对于 $e_{k \rightarrow m}^v(t) = e_k^v(t)$, 则表示成矩阵形式为:

$$\mathbf{e}^v(t) = r \mathbf{H}^T \mathbf{y} - r(\mathbf{H}^T \mathbf{H} - \mathbf{D}) \mathbf{e}^v(t-1) \quad (21)$$

其中, $r = \hat{\sigma}^2 / \tilde{\sigma}^2$, 当 M 的数值非常大时, 根据大数定律矩阵, $\mathbf{D}$ 能近似等于 $M \mathbf{I}_K$, 并且 $\beta = K/M < 1$ 是固定值。假设 $\mathbf{e}^v(t)$ 收敛于 $\mathbf{e}^*$, 可得:

$$\begin{aligned} \mathbf{e}^* &= ((r^{-1} - M) \mathbf{I}_K + \mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{y} \\ &= (s^{-1} \mathbf{I}_K + \mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{y} \end{aligned} \quad (22)$$

根据经典迭代算法^[22]可知, 要使式 (22) 中 $\mathbf{e}^*$ 收敛, 必须有谱半径 $\rho(r(\mathbf{H}^T \mathbf{H} - \mathbf{D})) < 1$, 即:

$$\rho(r(\mathbf{H}^T \mathbf{H} - \mathbf{D})) \rightarrow \beta + 2\sqrt{\beta} < 1 \quad (23)$$

为了使式 (23) 的不等式成立, 则 $\beta < (\sqrt{2} - 1)^2$ 。



当式 (22) 收敛时可以看出, 式 (22) 与式 (6) 有相同的收敛值, 这说明 VFI-GMPID 的输出信号估计值 $\hat{\mathbf{x}}$ 收敛于 MMSE 的信号估计值 $\hat{\mathbf{x}}_{\text{MMSE}}$, 即 $\hat{\mathbf{x}}_k$ 收敛于 $\hat{\mathbf{x}}_{k\text{MMSE}}$ 。

由上述分析可知, 对于大规模多用户 MIMO 系统, 当 $\beta = K/M < (\sqrt{2}-1)^2$ 是固定值, $K \rightarrow \infty$ 时, 传输的信号源服从独立同分布, 且服从均值为 0、方差为 σ_x^2 的高斯分布, VFI-GMPID 算法输出估计值和均方误差分别收敛于 MMSE 算法的输出估计值和均方误差, 则 VFI-GMPID 算法收敛于 MMSE 算法。

3.3 算法复杂度分析

通过式 (6) 可以看到, 传统的 MMSE 算法的矩阵求逆运算的复杂度为 $O(K^3)$, 矩阵乘法计算的复杂度为 $O(MK)$, 则 MMSE 算法的复杂度为 $O(K^3 + MK^2)$, 这个计算复杂度在天线数量非常大时是非常高的。而上述的 VFI-GMPID 算法的复杂度主要是在消息的更新计算当中, 为 $O(MKN_{\text{iter}})$, 其中 N_{iter} 为设置的迭代次数。通过复杂度分析可以得到, 在大规模多用户 MIMO 系统中, VFI-GMPID 算法相比于 MMSE 算法具有较低的复杂度。

4 VFI-GMPID-FC 算法

为了进一步提高 VFI-GMPID 的检测效率, 本文结合强制收敛的思想, 提出了 VFI-GMPID-FC 算法。强制收敛原理是消息在传递过程中会收敛于一个确定的值, 但是节点的收敛速度是不固定的, 因此人为给定一个门限值, 当其变化速率低于这个门限值时, 则停止此节点的后续消息更新过程。其本质就是挑出某些节点并停止其后续的消息更新过程, 以此来降低算法的复杂度。强制收敛思想可以运用于 VFI-GMPID 算法中来降低计算复杂度。在消息更新的过程中, VFI-GMPID 算法中变量节点和因子节点的强制收敛速度是不

固定的。对于因子节点的消息更新过程, 引入两个门限值 λ_e 与 λ_v 。当消息传递过程中, 因子节点消息满足式 (24) 或式 (25), 则停止因子节点对应的消息成分更新:

$$|e_{m \rightarrow k}^f(t) - e_{m \rightarrow k}^f(t-1)| < \lambda_e \quad (24)$$

$$|v_{m \rightarrow k}^f(t) - v_{m \rightarrow k}^f(t-1)| < \lambda_v \quad (25)$$

在节点消息成分停止更新后, 其后面的迭代过程将保持固定的消息输出值。

VFI-GMPID-FC 算法步骤描述如下。

步骤 1 输入信道矩阵 $\mathbf{H}$ 、接收矢量 $\mathbf{y}$ 、门限值 λ_e 和 λ_v 、迭代次数 N_{iter} 。

步骤 2 初始化 $v^v(0) \rightarrow +\infty$, $e^v(0) = 0$ 。

步骤 3 利用式 (3) 计算因子节点的消息, 并利用式 (24) 和式 (25) 判断哪些节点停止更新消息, 把停止更新的节点加入停止更新列表。

步骤 4 利用式 (4) 计算变量节点的消息。

步骤 5 判断是否达到指定迭代次数, 达到则输出 $\hat{\mathbf{x}}_k = e_{k \rightarrow m}^v(t)$ 与 $\sigma_{\hat{\mathbf{x}}}^2 = v_{k \rightarrow m}^v(t)$, 否则重复步骤 3~步骤 5。

5 仿真分析

大规模多用户 MIMO 系统应用中, 基站端的天线数量一般要大于用户数量。所以仿真模型采用基站端的接收天线数量为 600, 单天线用户数量为 100, 用户与基站天线的比值 $\beta = \frac{1}{6}$ 。用户天线到基站天线之间的信道增益 h_{ij} 服从独立同分布, 且服从均值为 0、方差为 1 的复高斯分布。采用 16QAM 调制, 用户发送的信号服从独立同分布, 且服从均值为 0、方差为 1 的复高斯分布。 N_{iter} 为迭代次数, $\text{SNR} = \frac{1}{\sigma_n^2}$, $\text{MSE} = \frac{1}{K} \cdot E[\|\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}\|^2]$, MSE 为检测算法输出的信号源估计值与实际的信号值之间的平均均方误差。

本文所提出的 VFI-GMPID 算法的 MSE 收敛分析如图 4 所示。从图 4 中可以看出, 当 $M=600$ 、 $K=100$ 、 $\beta=\frac{1}{6}$ 时, VFI-GMPID 算法在一定的信噪比情况下, 随着迭代次数的增加, 其平均均方误差不断减小, 则其检测性能也在不断地提升, 并且不断逼近 MMSE 的平均均方误差。当 $N_{\text{iter}}=7$ 时, 与 MMSE 算法相比, VFI-GMPID 算法的平均均方误差值与达到 10^{-4} 时所需的信噪比相差 0.95 dB。

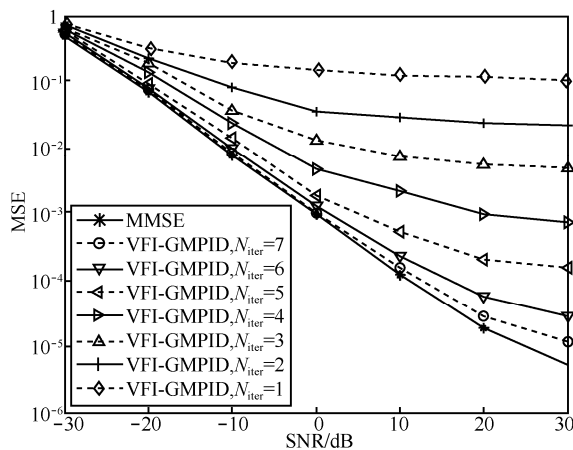


图 4 VFI-GMPID 算法的 MSE 收敛分析

图 5 是在不同迭代次数下, VFI-GMPID 算法与参考文献[11]中所改进的检测性能较好的简化期望近似消息传递算法 (approximate message passing simplified by expectation propagation, AMP-EP)、MMSE 算法的误码率 (bit error rate, BER) 比较。VFI-GMPID 算法的检测性能随着迭代次数的增加不断提高, 并且误码率逼近于 MMSE 算法。当 $N_{\text{iter}}=7$ 时, 与 MMSE 相比, VFI-GMPID 算法的误码率与达到 10^{-4} 时所需的信噪比相差 0.55 dB, 与 AMP-EP 算法相差 0.32 dB。结合图 4 和图 5 可以看出, 本文所提出算法有实际运用的可行性。

为了分析 VFI-GMPID-FC 算法中强制收敛门限值 λ_e 和 λ_v 对其检测性能和复杂度的影响。统计 $M=600$ 、 $K=100$ 、 $\beta=\frac{1}{6}$ 的大规模多用户 MIMO

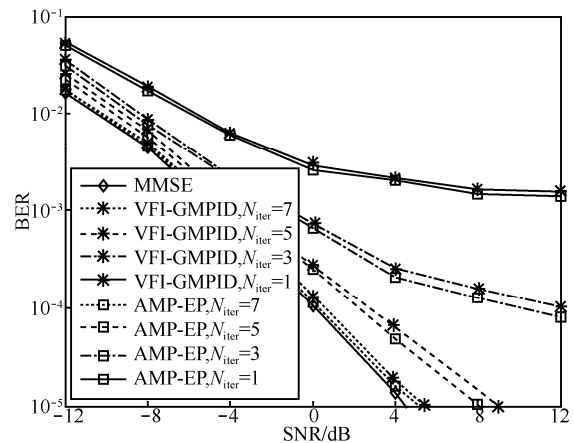


图 5 VFI-GMPID 不同迭代次数下误码率

系统中运用 VFI-GMPID-FC 算法, 对于不同的 λ_e 和 λ_v , 在信噪比为 5 dB、迭代次数为 7、检测 20 000 次符号时, 因子节点停止消息更新的平均数量与不同算法的仿真运行时间。图 6 (a) 为只设定 λ_e , 统计因子节点中停止消息 $e_{m \rightarrow k}^f(t)$ 的平均个数。图 6 (b) 为只设定 λ_v , 统计因子节点中停止消息 $v_{m \rightarrow k}^f(t)$ 的平均个数。

不同算法运行时间见表 1。从表 1 中可以看出, VFI-GMPID 和 AMP-EP 算法在相同条件下仿真运行时间相差不多, 因为两者的计算复杂度都是在 $O(MKN_{\text{iter}})$ 量级。而 VFI-GMPID-FC 算法因为引入了门限, 其仿真运行时间明显下降, 说明其能有效地降低复杂度。

图 7 为不同改进算法在迭代次数为 7 的情况下与 MMSE 算法在不同信噪比的误码率比较。VFI-GMPID-FC 算法设置合适的门限值, 其性能相比于 VFI-GMPID 算法在较低信噪比没有性能的太大损失, 在较高信噪比端有一定的损失。当误差率达到 10^{-4} 时, VFI-GMPID-FC 算法相比于 VFI-GMPID 算法所需的信噪比要高 1.3 dB, 相比于 AMP-EP 算法要高 0.95 dB。结合表 1 和图 7 可以得到, 对于 VFI-GMPID-FC 算法来说, 门限值设置过低, 停止节点更新的数量较少, 起不到降低复杂度的作用; 而门限值设置过高, 将有太多的节点停止更新, 影响算法的检测性能。所以

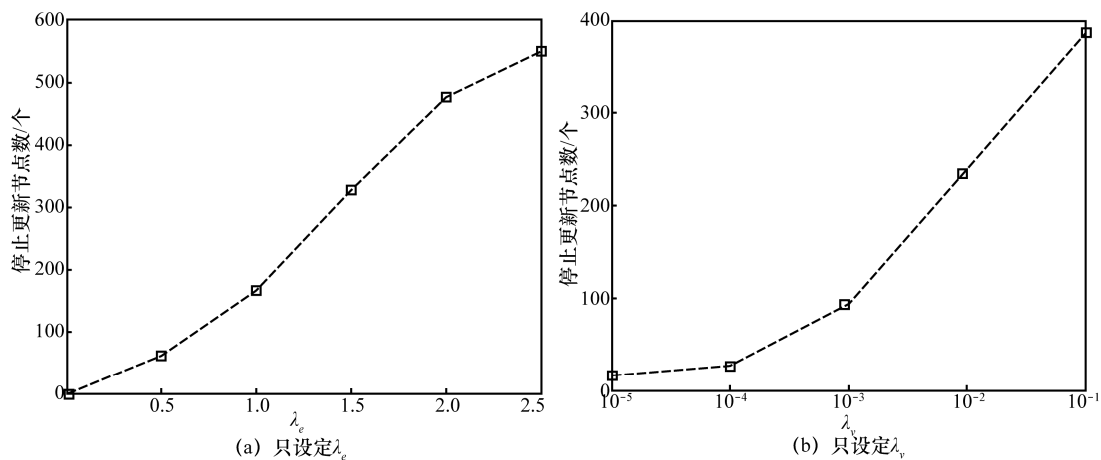


图6 两种门限值平均停止节点数

表1 不同算法运行时间

算法名称	MMSE	VFI-GMPID	AMP-EP	VFI-GMPID-FC ($\lambda_e = 8.5 \times 10^{-5}$, $\lambda_v = 0.37$)	VFI-GMPID-FC ($\lambda_e = 5.5 \times 10^{-3}$, $\lambda_v = 1.3$)	VFI-GMPID-FC ($\lambda_e = 5 \times 10^{-2}$, $\lambda_v = 1.8$)
运行时间/s	328.562	32.271	31.617	30.161	22.162	9.845

选择合适的门限值才能在不影响检测性能的情况下,起到降低复杂度的作用。

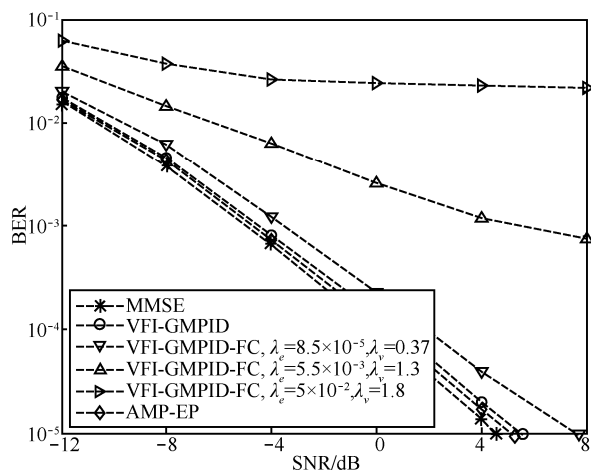


图7 VFI-GMPID-FC 算法性能比较

6 结束语

本文主要研究大规模多用户 MIMO 系统低复杂度的检测算法技术。由于传统的 MMSE 算法存在着矩阵求逆,复杂度高,不适用于大规模多用户 MIMO 系统。本文根据消息传递算法的原理,提出了一种低复杂度的 VFI-GMPID-FC 算法。首

先对 GMPID 改进,得到了 VFI-GMPID 算法。该算法在大规模多用户 MIMO 系统中 $\beta < (\sqrt{2} - 1)^2$ 时,设置合适的迭代次数,其误码率与 MMSE 算法相当,复杂度却大大降低。之后结合强制收敛思想对 VFI-GMPID 算法进行优化,提出了 VFI-GMPID-FC 算法,进一步地降低了 VFI-GMPID 算法的复杂度。仿真结果表明,当 VFI-GMPID-FC 算法设置合适的门限值时,能够在保证检测性能的同时,又具有较低的复杂度,非常适用于大规模多用户 MIMO 系统。

参考文献:

- [1] RUSEK F, PERSSON D, LAU B K, et al. Scaling up MIMO: opportunities and challenges with very large arrays[J]. Signal Processing Magazine IEEE, 2012, 30(1): 40-60.
- [2] 毕奇, 谢伟良, 陈鹏, 等. LTE 多天线技术发展趋势[J]. 电信科学, 2014, 30(10): 1-7.
BI Q, XIE W L, CHEN P, et al. Progress and trends of multiple antennas technology in LTE network[J]. Telecommunications Science, 2014, 30(10): 1-7.
- [3] 阳析, 金石. 大规模 MIMO 系统传输关键技术研究进展[J]. 电信科学, 2015, 31(5): 28-35.
YANG X, JIN S. Overview of key technologies of transmission

- in massive MIMO system[J]. Telecommunications Science, 2015, 31(5): 28-35.
- [4] 周将运. Massive MIMO 系统的检测算法研究[D]. 成都: 电子科技大学, 2015.
- ZHOU J Y. Research on detection algorithms for massive MIMO systems[D]. Chengdu: University of Electronic Science and Technology of China, 2015.
- [5] MOALLEMI C C, VAN ROY B. Convergence of min-sum message passing for quadratic optimization[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2009, 55(5): 2413-2423.
- [6] WEISS Y, FREEMAN W T. Correctness of belief propagation in gaussian graphical models of arbitrary topology[J]. Neural Computation, 2001, 13(10): 2173.
- [7] SU Q, WU Y C. Convergence analysis of the variance in gaussian belief propagation[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2014, 62(19): 5119-5131.
- [8] GUO Q, PING L. LMMSE turbo equalization based on factor graphs[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2008, 26(2): 311-319.
- [9] MONTANARI A, PRABHAKAR B, TSE D. Belief propagation based multi-user detection[C]//Allerton Conference on Communication, May 22, 2006, Monticello, USA. [S.l.:s.n.], 2006: 1-9.
- [10] ABBAS S M, FAN Y Z, CHEN J, et al. Low complexity belief propagation polar code decoder[C]//2015 IEEE Workshop on Signal Processing Systems (SiPS), October 14-16, 2015, Hangzhou, China. New Jersey: IEEE Press, 2015: 1-6.
- [11] WU S, KUANG L, NI Z, et al. Low-complexity iterative detection for large-scale multiuser MIMO-OFDM systems using approximate message passing[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2014, 8(5): 902-915.
- [12] YOON S, CHAE C B. Low-complexity MIMO detection based on belief propagation over pairwise graphs[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2014, 63(5): 2363-2377.
- [13] YUE Z, GUO Q, XIANG W. Complex Gaussian belief propagation algorithms for distributed iterative receiver[C]//2014 IEEE 25th Annual International Symposium on Personal, Indoor, and Mobile Radio Communication (PIMRC), September 2-5, 2014, Washington, USA. New Jersey: IEEE Press, 2014: 1908-1912.
- [14] HAN K, HU J, CHEN J, et al. A high performance massive MIMO detector based on log-domain belief-propagation[C]//International Conference on Asic, November 3-6, 2015, Chengdu, China. New Jersey: IEEE Press, 2015: 1-4.
- [15] YUAN Z, ZHANG C, WANG Z, et al. An Auxiliary Variable-aided hybrid message passing approach to joint channel estimation and decoding for MIMO-OFDM[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2017(99): 1.
- [16] KSCHISCHANG F R, FREY B J, LOELIGER H A. Factor graphs and the sum-product algorithm[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2001, 47(2): 498-519.
- [17] LOELIGER H A. An introduction to factor graphs[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2004, 21(1): 28-41.
- [18] CHOI B J, SUNWOO M H. Simplified forced convergence decoding algorithm for low power LDPC decoders[C]//2014 IEEE Asia Pacific Conference on Circuits and Systems (APCCAS), November 17-20, 2014, Ishigaki, Japan. New Jersey: IEEE Press, 2014: 663-666.
- [19] LIU X, SIMEONE O, ERKIP E. Energy-efficient sensing and communication of parallel Gaussian sources[J]. IEEE Transactions on Communications, 2012, 60(12): 3826-3835.
- [20] KAFEDZISKI V. Rate allocation for transmission of two Gaussian sources over multiple access fading channels[J]. IEEE Communications Letters, 2012, 16(11): 1784-1787.
- [21] VERDU S. Multiuser detection[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1998.
- [22] AXELSSON O. Iterative solution methods[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1994.

[作者简介]



王琼 (1971-), 女, 重庆邮电大学通信与信息工程学院正高级工程师、硕士生导师, 主要研究方向为移动通信。



叶伟 (1992-), 男, 重庆邮电大学通信与信息工程学院硕士生, 主要研究方向为大规模 MIMO 系统中信号检测技术。



吉明明 (1992-), 男, 重庆邮电大学通信与信息工程学院硕士生, 主要研究方向为非正交多址接入技术。